

*Česká matematická společnost  
Jednota českých matematiků a fyziků  
Slovenská matematická spoločnosť  
Jednota slovenských matematikov a fyzikov*

## **Sborník abstraktů**



**Soutěž studentů vysokých škol  
ve vědecké činnosti  
v matematice a informatice**

20. jubilejní ročník

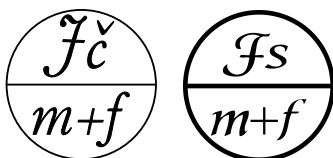
**2.–4. června 2019, Brno,  
Fakulta informatiky Masarykovy univerzity**

## SVOČ 2019

Soutěž studentů vysokých škol ve vědecké odborné činnosti v matematice  
a informatice  
Brno, 2. – 4. června 2019

### Vyhlašovatel

Česká matematická společnost, sekce Jednoty českých matematiků a fyziků  
Slovenská matematická spoločnosť, sekcia Jednoty slovenských matematikov  
a fyzikov



### Pořadatel

Ústav matematiky a statistiky Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity  
Fakulta informatiky Masarykovy univerzity



### Řídící výbor SVOČ

Prof. RNDr. Bohdan Maslowski, DrSc. (MFF UK, Praha, předseda)  
Prof. RNDr. Jan Franců, CSc. (FSI VUT, Brno)  
Prof. RNDr. Jan Kratochvíl, CSc. (MFF UK, Praha)  
RNDr. Martin Pergel, Ph.D. (MFF UK, Praha)  
Prof. RNDr. Luboš Pick, CSc., DSc. (MFF UK, Praha)  
Prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc. (FMFI UK, Bratislava)  
Ing. Róbert Špir, Ph.D. (SvF STU, Bratislava)  
Doc. Mgr. Tomáš Vinař, Ph.D. (FMFI UK, Bratislava)

*Vážení účastníci, porotci i soutěžící.*

*Vítáme vás na závěrečném kole Soutěže studentů vysokých škol ve vědecké činnosti v matematice a informatice, které společně pořádají Fakulta informatiky a Ústav matematiky a statistiky Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně. Přehlídka SVOČ se vrací do Brna po třech letech od roku 2016, kdy ji pořádalo Vysoké učení technické, a po 11 letech od roku 2008, kdy pořadatelem byla taktéž Fakulta informatiky MU.*

*Po celou dobu své obnovené existence od roku 2000, tedy již po jubilejních 20 ročnících, se naše soutěž SVOČ snaží o vyhledávání nových vědeckých talentů mezi studenty v matematice a informatice a ukazuje studentům krásy vědeckého bádání. To je velmi důležité, neboť prestiž našich (českých i slovenských) univerzit stoupá ani ne tak s kvalitou jejich akademiků, jako především s kvalitou studentů a absolventů, které vychováváme. Věříme, že i tento ročník soutěže bude inspirativní přehlídkou toho nejlepšího, co se mezi studentskými vědeckými talenty v prostoru bývalého Československa v posledním roce urodilo.*

*Avšak ve skutečném světě nejsou jen soutěže a abstraktní vědecké výsledky. S překotným rozvojem vědy a techniky neustále stoupá reálná společenská potřeba matematiky i informatiky, například v oblastech automatizace, optimalizace procesů, zpracování informací nebo umělé inteligence. Navzdory tomu jsme v dnešním mediálním prostoru spíše svědky prohlášení různých celebrit o tom, jak ony matematice nikdy nerozuměly a nakonec jim matematika k ničemu není, nebo nekonečných diskusí o (jaká hrůza!) zavedení povinné matematiky u státních maturit. Vy, účastníci závěrečného kola SVOČ v matematice a informatice, zajisté představujete pozitivní odchylku v tomto nepříliš šťastném společenském trendu nedocení exaktního vzdělání a exaktních věd. Vážíme si vašeho zápalu a energie, kterou jste investovali do vlastního výzkumu a do přípravy soutěžních prací, a doufáme, že se vám na této přehlídce dostane zaslouženého ocenění od kolegů soutěžících i porotců a že vás toto ocenění povzbudí v další kariéře spojené s matematikou či informatikou.*

*Symbolickým momentem SVOČ 2019 také je, že v tomto roce uplynulo 100 let od založení Masarykovy univerzity dne 28. ledna 1919 a jsme velmi rádi, že i my můžeme pořádáním závěrečného kola přispět do programu oslav stého výročí založení MU. Zároveň v tomto roce uplyne 25 let od založení Fakulty informatiky MU, v jejíž prostorách se závěrečné kolo koná. Tak jako se za uplynulé století Masarykova univerzita rozrostla z původních čtyř na současných devět fakult, i pořádající Fakulta informatiky se za čtvrtstoletí rozvinula z mladé začínající školy na jednu z hlavních informatických fakult nejen pro české, ale i pro slovenské uchazeče. Pamětníci ročníku 2008 asi upozorují, že fakulta má novou průčelní budovu, ale hlavní vývoj spočívá ve stoupajícím vědeckém výkonu a mezi-*

*národní odborné prestiži celé naší instituce, Masarykovy univerzity, k čemuž symbolicky dopomůže i tato naše vědecká soutěž.*

*Dovolte na závěr poděkovat všem, kteří se o soutěž SVOČ obětavě po celá léta starají a kteří se zasloužili o uspořádání tohoto závěrečného kola v Brně. Jmenovitě jde o vyhlášovatele soutěže, kterými jsou Česká matematická společnost Jednoty českých matematiků a fyziků a Slovenská matematická spoločnosť Jednoty slovenských matematikov a fyzikov, o řídicí výbor SVOČ pod předsednictvím profesora Bohdana Maslowského a o místní organizační výbor závěrečného kola zastoupený spolupředsedy docenty Janem Obdržálkem a Petrem Zemánkem.*

*Přejeme vám všem příjemný pobyt v Brně na Fakultě informatiky MU, soutěžícím mnoho úspěchů v prezentaci jejich prací a porotcům šťastnou ruku při výběru těch nejlepších z bezpochyby velmi kvalitních soutěžních prací.*

*Za pořadatele závěrečného kola,*

*prof. RNDr. Petr Hliněný, Ph.D.      a      prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc.  
proděkan pro výzkum, vývoj a doktorské studium FI MU      ředitel Ústavu matematiky a statistiky PřF MU*

## Propozice 20. ročníku SVOČ

1. Vyhláшателеm soutěže SVOČ je Česká matematická společnost, sekce Jednoty českých matematiků a fyziků a Slovenská matematická spoločnosť, sekcia Jednoty slovenských matematikov a fyzikov.
2. Závěrečné kolo 20. ročníku soutěže se uskuteční ve dnech 2. – 4. června 2019 v Brně. Pořadatelem závěrečného kola je Ústav matematiky a statistiky Přírodovědecké fakulty a Fakulta informatiky Masarykovy Univerzity v Brně. Termín pro zúčastněné fakulty k přihlášení účastníků do závěrečného kola soutěže je 3. května 2019. Termín pro elektronické odevzdání prací studenty je 3. května 2019. Webová stránka soutěže je <http://jcmf.cz/svoc>.
3. Soutěž probíhá v následujících sekcích:
  - (M1) Matematická analýza – teorie funkcí a prostory funkcí;
  - (M2) Matematická analýza – teorie diferenciálních a integrálních rovnic;
  - (M3) Teorie pravděpodobnosti a matematická statistika;
  - (M4) Ekonometrie a finanční matematika;
  - (M5) Matematické struktury – algebra, topologie a geometrie;
  - (M6) Matematické struktury – teorie grafů a kombinatorika;
  - (M7) Aplikovaná matematika – numerická analýza;
  - (M8) Aplikovaná matematika – matematické modely dynamiky;
    - (I1) Teoretická informatika;
    - (I2) Umělá inteligence;
    - (I3) Počítačová grafika a počítačové vidění;
    - (I4) Aplikovaná informatika a softvérové inženýrství.
4. V případě, že v některé sekci bude přihlášeno méně než 6 prací, může řídicí výbor SVOČ rozhodnout o sloučení této sekce s příbuznou sekci, případně přerozdělit sekce jiným způsobem podle počtu a zaměření jednotlivých prací (obvykle v případě menšího počtu prací dochází ke sloučení sekcí s čísly  $2n - 1$  a  $2n$ ).
5. Studenti se do soutěže přihlašují prostřednictvím svých fakult. Každá fakulta může do každé sekce vyslat nejvýše 5 prací. Výběr prací mohou fakulty uskutečnit prostřednictvím fakultních soutěží SVOČ. Termíny a organizace fakultních soutěží nebo jiný způsob výběru prací je věcí jednotlivých fakult.
6. Řídicí výbor sestavuje zpravidla tříčlenné poroty jednotlivých sekcí. Člen poroty nesmí být vedoucím žádné práce soutěžící v dané sekci.

## **Přihlašování účastníků**

7. Do závěrečného kola SVOČ studenty přihlašují fakulty vysokých škol působících v ČR nebo SR. Každá fakulta může do každé sekce přihlásit nejvýše 5 prací. Výběr prací mohou fakulty uskutečnit prostřednictvím fakultních kol soutěže nebo jiným vhodným způsobem podle uvážení fakulty.
8. Přihlášení studenti musí být v čase zaslání přihlášky studenty bakalářského, magisterského, inženýrského nebo jiného obdobného studia na dané fakultě. Přihlášení studenti v době zaslání přihlášky nesmí mít už ukončené magisterské, inženýrské nebo obdobné studium v oblastech zaměření soutěže.
9. Přihlášku, obsahující seznam prací, fakulta zasílá nejpozději do 3. května 2019 e-mailem na adresu [svoc@jcmf.cz](mailto:svoc@jcmf.cz). Pro každou práci musí seznam obsahovat název práce, jména autorů a sekci, do které je práce přihlášena.

## **Odevzdávání prací**

10. Elektronickou verzi práce každý účastník odevzdá nejpozději do 3. května 2019 prostřednictvím elektronického formuláře přístupného na webové stránce závěrečného kola soutěže. Prostřednictvím elektronického formuláře je potřeba odevzdat: abstrakt práce, text práce a naskenovaný posudek vedoucího práce nebo jiného vědecko-pedagogického pracovníka fakulty. Jeden vytištěný a pevně svázaný exemplář práce (například kroužkovou vazbou) s podepsaným originálem posudku práce účastník přiveze s sebou na soutěž a odevzdá při registraci.
11. Abstrakt, text práce a posudek musí být napsán v češtině, slovenštině nebo angličtině.
12. Abstrakt délky maximálně jedné strany A5 ve formátu PlainTeX obsahuje jen vlastní text (neobsahuje jména autorů, název práce, nebo školu/fakultu). Je v něm mimo jiného vymezený vlastní přínos autora, případně vztah k diplomové/bakalářské práci nebo k pracím podaným do SVOČ v předchozích letech, nebo jiných soutěží podobného charakteru.
13. Elektronický text práce se odevzdává ve formátu PDF se zabudovanými fonty. Na titulní straně soutěžní práce musí být uvedeno, že se jedná o práci pro soutěž SVOČ. Elektronická verze posudku se odevzdává ve formátu PDF se zabudovanými fonty nebo ve formátu JPEG. V posudku musí být kromě jiného přesně vymezen přínos autorů.

14. Další technické pokyny mohou být zveřejněny na webové stránce závěrečného kola soutěže.

## **Průběh soutěže**

15. V rámci soutěžního dne každý účastník přednese referát o své soutěžní práci. Odborné poroty v jednotlivých sekcích vyhodnotí soutěžící práce podle následujících kritérií: vlastní výsledky a přínos práce, celkové zpracování práce, přednes referátu a reakce na případné dotazy. Nejlepší práce budou oceněny diplomem a finančními odměnami. Soutěžní práce budou hodnoceny podle následujících kritérií:
  - vlastní výsledky a přínos práce,
  - celkové zpracování práce,
  - přednes referátu o práci během závěrečného kola a reakce na případné dotazy.
16. Soutěžícím a porotcům závěrečného kola SVOČ bude zajištěno bezplatné ubytování a stravování. Úhradu cestovného si účastníci zabezpečí sami.

## **GDPR**

17. Pro zajištění vysoké odborné úrovně a objektivního hodnocení výsledků soutěže je seznam soutěžních prací závěrečného kola SVOČ zveřejněn v rozsahu jména a příjmení autorů, škola, název a abstrakt soutěžní práce.
18. Osobní údaje vyplňované v registračním formuláři pořadatelé nutně potřebují k úspěšnému zorganizování soutěže a bez jejich poskytnutí je účast v soutěži vyloučena. Uchovávají se tedy, v souladu s předpisy, po dobu nezbytnou a později mohou být použity pro účely vědecké a archivnické.
19. Místní pořadatel může v místě soutěže požádat soutěžící o písemný souhlas s pořizováním a zveřejňováním fotografií a dalších audiovizuálních záznamů, na kterých bude patrná totožnost soutěžících. Souhlas žádaný místními pořadateli na místě soutěže ohledně zveřejňování audiovizuálních záznamů vyžadujících souhlas není nutnou podmínkou účasti a případný nesouhlas nemá vliv na případné umístění a ocenění soutěžní práce.

## Obsah

<b>M1: Matematická analýza – teorie funkcí a prostory funkcí</b>	<b>13</b>
Anna Doležalová, <i>Volumes of unit balls in Lorentz spaces</i> . . . . .	14
Kristýna Šmídová, <i>Mountain climbing theorem</i> . . . . .	14
Filip Svoboda, <i>Metrický prostor spojitých funkcí: teorie a aplikace</i> . . . . .	15
Jakub Takáč, <i>Optimality of function spaces for integral operators</i> . . . . .	15
Hana Turčinová, <i>Characterization of functions with zero traces via the distance function</i> . . . . .	16
Mikuláš Zindulka, <i>Finitely additive measures and their decompositions</i> . . .	16
<b>M2: Matematická analýza – teorie diferenciálních a integrálních rovnic</b>	<b>17</b>
David Hruška, <i>Evolutionary problems with bounded gradients</i> . . . . .	17
Tereza Kurimaiová, <i>Lieb-Thirringovy nerovnosti pro vlnovou rovnici s útlumem</i>	17
Petra Macková, <i>Self-similar solutions of the super-fast diffusion equation</i> . .	17
Michal Tichý, <i>Invariantní řešení a kvalitativní analýza reakčně-difuzních rovnic na rostoucích oblastech</i> . . . . .	18
<b>M3: Teorie pravděpodobnosti a matematická statistika</b>	<b>19</b>
Juraj Bodík, <i>Geometrický přístup k hledání matice rozptýlenosti</i> . . . . .	20
Ludovít Horvath, <i>Viacrozměrné neparametrické testy nezávislosti</i> . . . . .	20
Daniel Kršek, <i>Riemannův-Liouvilleův integrál ve stochastické analýze</i> . . .	20
Anna Michálková, <i>Odhad rozptylu kalibračních (převážených) odhadů ve výběrových šetřeních</i> . . . . .	21
Ondřej Týbl, <i>Kalman-Bucy Filter in Continuous Time</i> . . . . .	22
<b>M4: Ekonometrie a finanční matematika</b>	<b>22</b>
Karel Kozmík, <i>Worst Case Distribution for Stochastic Dominance Problems</i>	22
<b>M5: Matematické struktury – algebra, topologie a geometrie</b>	<b>25</b>
Jan Mazáč, <i>Delonovské množiny uzavřené vůči lineárním zobrazením</i> . . . .	26
Tomáš Perutka, <i>Celá algebraická čísla, jejichž normy nejsou <math>m</math>-té mocniny</i> .	26
<b>M6: Matematické struktury – teorie grafů a kombinatorika</b>	<b>26</b>
Martin Dzúrik, <i>Metrické vlastnosti grafů</i> . . . . .	26
Matěj Konečný, <i>Semigroup-valued metric spaces</i> . . . . .	27
Michal Korbela, <i>On the achievable average degrees in 2-crossing-critical graphs</i>	28
Daniela Matisová, <i>Zovšeobecnění a analógie súvislosti v grafoch</i> . . . . .	28
Jana Novotná, <i>A new representation of mixed unit interval graphs</i> . . . . .	28



Alfréd Onderko, <i>Zafarbenia hrán grafov</i> . . . . .	29
Jiří Škrobánek, Filip Čermák, Martin Raška, <i>Barvení grafů za použití nikdenulových toků</i> . . . . .	30
<b>M7: Aplikovaná matematika – numerická analýza</b>	<b>31</b>
Martin Bejdák, <i>Riešenie úloh anizotropickej difúzie na nerovnomerných výpočtových sieťach</i> . . . . .	32
Terézia Fulová, <i>Lokalizácia mobilných telefónov pomocou semidefinitného programovania</i> . . . . .	32
Petra Kosová, <i>Numerical methods of space-based coronagraph image processing</i>	32
Martin Rapavý, <i>Globálne krylovoovské metódy pre riešenie lineárnych algebraických problémov s maticovým pozorovaním</i> . . . . .	33
<b>M8: Aplikovaná matematika – matematické modely dynamiky</b>	<b>33</b>
Tomáš Hlavatý, <i>Developing a reliable macro-scale model for multi-scale simulations of catalytic filters for automotive exhaust gas aftertreatment</i> . . .	33
Radoslav Hurtiš, <i>Stabilita prúdenia v reaktívnych pórovitých prostrediach</i> .	34
Katarína Lacková, <i>Numerický výpočet funkcie času prvého príchodu</i> . . . .	35
Judita Nagyová, <i>Movement Characteristics of a Model with Circular Equilibrium</i>	35
Jakub Svoboda, <i>Vertex dependent fitness in the Moran process</i> . . . . .	36
Martin Sýkora, <i>Hamiltonian and thermodynamic theory of solids and fluids</i>	36
Jiří Zeman, <i>Gradient polyconvexity and its application to problems of mathematical elasticity and plasticity</i> . . . . .	38
<b>I1: Teoretická informatika</b>	<b>39</b>
Radoslav Chládek, <i>Algorithms for isometric gene tree reconciliation</i> . . . .	40
Martin Hora, <i>The complexity of constrained graph drawing</i> . . . . .	40
Václav Košík, <i>Generalized derived words and substitutions closed under derivation</i> . . . . .	40
Filip Pokrývka, <i>Limits of Efficient FO Model Checking of Geometric Graphs</i>	41
<b>I2: Umělá inteligence</b>	<b>42</b>
Vojtěch Dorňák, <i>Image feature extraction applied in classification techniques</i>	42
Šimon Horvát, <i>Rozhodovacie džungle</i> . . . . .	42
Mário Lipovský, <i>Solving the Maximum Clique Problem Using Neural Networks</i>	43
Ondřej Měkota, <i>Anomaly Detection Using Generative Adversarial Networks</i>	43
Róbert Selvek, <i>Plánovanie evakuácie založené na lokálnych technikách kooperatívneho hľadania ciest</i> . . . . .	44

Filip Široký, <i>Anomaly Detection Using Deep Sparse Autoencoders for CERN Particle Detector Data</i> . . . . .	46
<b>I3: Počítačová grafika a počítačové vidění</b>	<b>47</b>
Lukáš Gajdošech, <i>Inspection and Editing of 3D Reconstructions in VR</i> . . .	48
Dominika Mihálová, <i>Porovnanie služieb na rozpoznávanie obrazov</i> . . . . .	48
Robert Sarvaš, <i>Sledovanie rozostrených objektov spôsobené rýchlym pohybom</i>	49
Vojtěch Tomas, <i>Vizualizace 3-rozměrných dat slunečního povrchu</i> . . . . .	49
Dagmar Žáková, <i>Numerické metody na řešení úlohy o optickom toku</i> . . .	50
<b>I4: Aplikovaná informatika a softvérové inženýrství</b>	<b>51</b>
Jakub Džama, <i>Využitie časticového filtra na lokalizáciu v indoor prostredí</i> .	52
Richard Eliáš, <i>Rate limiting and traffic shaping</i> . . . . .	52
Karel Jílek, <i>Command and Script Testing System for Bash Language</i> . . . . .	53
Tomáš Kovařík, <i>Užívateľské rozhraní webových aplikácií laboratoře LEMMA</i>	53
Eva Marková, <i>Detekcia foriem sociálneho inžinierstva v emailovej komunikácii</i>	54
Viktor Olejár, <i>Aplikácie metód strojového učenia v oblasti zdravotného poistenia</i>	54
Aneta Alexandra Ožvat, Mária Somorovská, Soňa Zajicová, Michal Žeravý, <i>Softvér na spracovanie satelitných dát z družice GOCE</i> . . . . .	55
Viktor Pristaš, <i>Inteligentné zavlažovanie záhrady sieťou zariadení internetu vecí</i>	56
Ondřej Schindler, <i>Empirické metody pro výpočet parciálních atomových nábojů</i>	56
Richard Staňa, <i>Riadenie softvérových produktov pomocou HCI komponentov</i>	57
Simon Štefunko, <i>HoneyPot for wireless IoT networks</i> . . . . .	57
<b>Jmenný rejstřík</b>	<b>59</b>

# Sekce M1 + M2

MATEMATICKÁ ANALÝZA

—

TEORIE FUNKCÍ A PROSTORY FUNKCÍ

TEORIE DIFERENCIÁLNÍCH A INTEGRÁLNÍCH ROVNIC

## Porota

Mgr. Jozef Kiselák, Ph.D. (PF UPJŠ, Košice)  
doc. RNDr. Michal Veselý, Ph.D. (PřF MU, Brno)  
doc. RNDr. Miroslav Zelený Ph.D. (MFF UK, Praha)

## Volumes of unit balls in Lorentz spaces

**Anna Doležalová**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

The goal of this work is to determine an explicit formula for the volume of the unit ball in Lorentz spaces for specific cases and to get some overall results concerning the asymptotic behaviour of these volumes. Weak Lebesgue spaces, or more generally Lorentz spaces, are a generalisation of Lebesgue spaces. Whereas the norm in a finite-dimensional Lebesgue space (i.e.  $\mathbb{R}^n$ ) is determined by a single parameter  $p$ , the norm in a Lorentz space is described by two parameters  $p$  and  $q$ . The volume of the unit ball in a general finite-dimensional Lorentz space was so far an unknown quantity, even though for Lebesgue spaces it has been well-known for many years. We first offer a brief summary of required knowledge of Lorentz spaces and entropy numbers. Then we present methods to determine the explicit formula for the volume when  $q = \infty$  and  $q = 1$ . We also describe the asymptotic behaviour of the  $n$ -th root of the volume of the  $n$ -dimensional ball with respect to the dimension. Furthermore, we consider the volume of the  $n$ -dimensional unit ball in the weak Lebesgue space and in the corresponding classical Lebesgue space, and determine the growth of the ratio of these two quantities for  $p$  sufficiently small. The results presented in Chapter 2 and 3 are, as far as we know, new. The fourth chapter is dedicated to further properties of the unit ball. This text is the main part of the author's Master thesis supervised by doc. Vybíral.

## Mountain climbing theorem

**Kristýna Šmídová**

Univerzita Karlova, Praha, Pedagogická fakulta

Tato práce vznikla drobným poupravením bakalářské práce, jež byla v loňském roce obhájena při státní závěrečné zkoušce bakalářského oboru Obecná matematika na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy. Upraveny byly pouze drobné formální nedostatky práce.

Předmětem této práce je tzv. Mountain climbers' problem. Práce se zabývá otázkou, kdy pro dvojici spojitých funkcí  $f, g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , splňujících  $f(0) = g(0) = 0$  a  $f(1) = g(1) = 1$ , existuje dvojice funkcí  $k, h$  se stejnými vlastnostmi taková, že  $f(k(x)) = g(h(x))$  pro všechna  $x$  z intervalu  $[0, 1]$ . Pro po částech prosté funkce je existence dokázána za pomoci vhodné grafové reprezentace

a principu sudosti, pro lokálně nekonstantní funkce je existence dokázána konstrukčně za pomoci stejnoměrné konvergence. Dále je uveden příklad dvojice funkcí, pro které vyhovující dvojice funkcí neexistuje. Cílem práce je s použitím vhodných ilustrací názorně a srozumitelně vysvětlit příslušné matematické konstrukce.

Vlastní přínos autora spočívá v důkladném zpracování známých výsledků. Populárně naučné zpracování problému bylo převedeno do jazyka po částech prostých funkcí, pro které je formálně matematicky dokázána řešitelnost. Dále byl zkonstruován příklad neřešitelného zadání problému a byl zpřehledněn, doplněn a částečně zjednodušen důkaz pro lokálně nekonstantní funkce. Srozumitelnosti práce napomáhají originální ilustrace.

## **Metrický prostor spojitých funkcí: teorie a aplikace**

**Filip Svoboda**

Masarykova univerzita, Brno, Přírodovědecká fakulta

V této studentské vědecké odborné práci pojednáváme o metrických prostorech spojitých reálných funkcí na kompaktních a nekompaktních intervalech s metrikou stejnoměrné konvergence, metrikou lokální stejnoměrné konvergence a integrální metrikou. Studujeme jejich základní vlastnosti, klasifikujeme je z hlediska úplnosti, popisujeme jejich kompaktní podprostory a dokazujeme Weierstrassovu větu o aproximaci. Prezентujeme řadu aplikací vybudované teorie v ostatních odvětvích matematické analýzy, specificky ve funkcionální analýze, teorii míry a teorii diferenciálních rovnic.

Autor taktéž plánuje práci publikovat jako bakalářskou.

## **Optimality of function spaces for integral operators.**

**Jakub Takáč**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

In this work, we study the behaviour of linear kernel operators on rearrangement-invariant (r.i.) spaces. In particular we focus on the boundedness of such operators between various function spaces. Given an operator and a domain r.i. space  $Y$ , our goal is to find an r.i. space  $Z$  such that the operator is bounded from  $Y$  into  $Z$ , and, whenever possible, to show that the target space is optimal (that is, the smallest such space). We concentrate on a particular class of kernel operators denoted by  $S_{\alpha}$ , which have important applications and whose pivotal

instance is the Laplace transform. In order to deal properly with these fairly general operators we use advanced techniques from the theory of rearrangement-invariant spaces and theory of interpolation. It turns out that the problem of finding the optimal space for  $S_a$  can, to a certain degree, be translated into the problem of finding a “sufficiently small” space  $X$  such that  $a$ , the kernel of  $S_a$ , lies in  $X$ . The work is strongly based on author’s not yet finished Bachelor’s thesis.

## Characterization of functions with zero traces via the distance function

**Hana Turčinová**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

Consider a domain  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  with Lipschitz boundary and let  $d(x) = \text{dist}(x, \partial\Omega)$ . It is well known for  $p \in (1, \infty)$  that  $u \in W_0^{1,p}(\Omega)$  if and only if  $u/d \in L^p(\Omega)$  and  $\nabla u \in L^p(\Omega)$ . Recently a new characterization appeared: it was proved that  $u \in W_0^{1,p}(\Omega)$  if and only if  $u/d \in L^1(\Omega)$  and  $\nabla u \in L^p(\Omega)$ . In the author’s bachelor thesis the condition  $u/d \in L^1(\Omega)$  was weakened to the condition  $u/d \in L^{1,p}(\Omega)$ , but only in the case  $N = 1$ . In this thesis we prove that for  $N \geq 1$ ,  $p \in (1, \infty)$  and  $q \in [1, \infty)$  we have  $u \in W_0^{1,p}(\Omega)$  if and only if  $u/d \in L^{1,q}(\Omega)$  and  $\nabla u \in L^p(\Omega)$ . Moreover, we present a counterexample to this equivalence in the case  $q = \infty$ .

This text coincides with the author’s Master thesis. It was prepared solely by the author under the supervision by doc. Nekvinda. Mathematical advice was received from the supervisor.

## Finitely additive measures and their decompositions

**Mikuláš Zindulka**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

We define the notion of a finitely additive measure on a  $\sigma$ -algebra. We prove that a bounded finitely additive measure can be uniquely represented as a sum of a “ $\sigma$ -additive part” and a “purely finitely additive part” and that it also has a decomposition similar to the Lebesgue decomposition for  $\sigma$ -additive measures. Bounded finitely additive measures defined on the Borel  $\sigma$ -algebra form a normed linear space and those that are zero on Lebesgue null sets form its subspace. We show that the former one is isometrically isomorphic to the dual space of the space of bounded Borel functions and the latter one is isometrically isomorphic

to the dual space of the space of essentially bounded functions. We exploit the relation between functionals and finitely additive measures to prove the existence of an unbounded finitely additive measure.

## **Evolutionary problems with bounded gradients**

**David Hruška**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

We study a class of evolutionary systems (depending on a real parameter) of nonlinear parabolic equations motivated by dynamics of non-Newtonian fluids or the heat equation with specific relation between the temperature and the heat flux. The main contribution of the work is the proof of existence and uniqueness of weak solution of the initial-value and periodic boundary-value problem for suitable data and value of the parameter. The stationary case has already been successfully studied recently. The work is a substantial part of author's Master thesis.

## **Lieb-Thirringovy nerovnosti pro vlnovou rovnici s útlumem**

**Tereza Kurimaiová**

České vysoké učení technické, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

The operator approach for the damped wave equation provides us with uniqueness and regularity of its solutions since the operator generates a  $C_0$ -semigroup. Moreover the behavior of its spectrum gives us information about the stability of the solutions. Using the correspondence between the spectra of this operator and the Schrödinger operator we obtain numerous bounds on the eigenvalues and criteria for their existence or absence even in the case of complex damping. These results are demonstrated on the analytically computable case when the damping is a finite rectangular well.

## **Self-similar solutions of the super-fast diffusion equation**

**Petra Macková**

Univerzita Komenského, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

We study non-negative radially symmetric solutions of the super-fast diffusion equation in the whole  $n$ -dimensional space. Due to the scaling property of the equation we derive two new autonomous systems of two ordinary differential

equations and perform a phase-plane analysis. Self-similar solutions correspond then to suitable trajectories of this system. From the properties of these trajectories, we deduce various conclusions on the behavior of the self-similar solutions.

## **Invariantní řešení a kvalitativní analýza reakčně-difuzních rovnic na rostoucích oblastech**

**Michal Tichý**

České vysoké učení technické, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

The reaction-diffusion equations represent a very used and studied model with many applications. In this work we focus on the effect of growth in two important cases: apical growth and uniform growth with non-constant diffusion. We introduce the concept of symmetries of partial differential equations. Next we formulate the reaction-diffusion system on growing domains. We use the symmetries of partial differential equations to find the so-called invariant solutions for the apical growth and the uniform growth with non-constant diffusion. In both cases we consider the scalar case and the vector case for two components. Finally we find invariant solutions which also satisfy Dirichlet, Neumann, Robin aperiodic boundary conditions.



# Sekce M3 + M4

TEORIE PRAVDĚPODOBNOTI  
A MATEMATICKÁ STATISTIKA

ĚKONOMETRIE A FINANČNÍ MATEMATIKA

## Porota

doc. RNDr. Daniel Hlubinka, Ph.D. (MFF UK, Praha)  
prof. RNDr. Martin Kalina, CSc. (SvF STU, Bratislava)  
doc. Mgr. Jan Kolářek, Ph.D. (PřF MU, Brno)

## Geometrický přístup k hledání matice rozptýlenosti

**Juraj Bodík**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

V této práci popisujeme vylepšené metody na zistovanie polohy a rozptýlenosti našich dát. Naším cieľom je nájsť ich robustný odhad, ktorý neovplyvňujú odľahlé pozorovania. Pomocou tohto odhadu vieme navyše tieto odľahlé pozorovania nájsť a vizualizovať. Pre istú triedu distribúcií ide tento odhad získať pomocou vhodného umiestnenia geometrických útvarov do tvaru hustoty rozdelenia. V tejto práci si ukážeme dve známe metódy (MVE, MCD) a dve nové (MOE, MFE). MVE estimátor sa snaží nájsť vhodný elipsoid, ktorý najlepšie aproximuje úroveň množinu hustoty rozdelenia. MCD estimátor hľadá také vhodné pozorovania, ktorých výberová rozptylová matica má najmenší determinant, a spočíta dané parametre iba z týchto pozorovaní. MOE odhad využíva postupnú elimináciu odľahlých pozorovaní, a MFE využíva kombináciu týchto metód. Zameriame sa predovšetkým na ich vlastnosti, na ich geometrickú motiváciu a možné aplikácie.

## Viacrozmerné neparametrické testy nezávislosti

**Ludovít Horvath**

Univerzita Komenského, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

V tejto práci predstavujeme štyri nové neparametrické testy nezávislosti. Vychádzame z testov z rokov 2003 a 2005 založených na bežnom priestorovom znamienku, ktoré zovšeobecnilí dnes už klasické nápady Blomquista, Spearmana a Kendalla do viacrozmerných priestorov. Pôvodné testy používajú na dosiahnutie affinej invariantnosti vnútornú štandardizáciu, keďže vonkajšia štandardizácia by zabezpečila invariantnosť len rotačnú. My však naše testy budujeme pomocou Ojovho priestorového znamienka. To je síce náročnejšie na výpočet než bežné priestorové znamienko, no je affine kvivariantné, a preto na zabezpečenie affinej invariantnosti našich testov stačí len jednoduchá vonkajšia štandardizácia namiesto numericky náročnej vnútornej. Tým pádom majú naše nové testy oproti predchodcom aj omnoho jednoduchší tvar. Rovnako ako pôvodné testy majú i naše za platnosti nezávislosti rozdelenie chí-kvadrát, čo sme aj simulačne overili. Simulácie tiež ukázali, že v mnohých prípadoch sa naše testy chovajú lepšie ako pôvodné testy.

## Riemannův-Liouvilleův integrál ve stochastické analýze

**Daniel Kršek**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

Frakcionální derivace a integrál v jistém smyslu rozšiřují pojmy derivace a integrálu z klasického kalkulu. S jejich využitím se dá integrál  $\int_a^b f(x) dg(x)$  na omezeném intervalu definovat pro velkou třídu integrandů  $f$  a integrátorů  $g$  v obecném případě s neomezenou variací, což klasický Lebesgueův-Stieltjesův integrál neumožňuje. Toho se s výhodou využije v teorii stochastických diferenciálních rovnic, kde některé náhodné procesy nemají omezenou variaci, ale lze zaručit existence hölderovsky spojitě stochastické verze. Práce se konkrétně zabývá  $d$ -dimenzionálními rovnicemi typu

$$X^i(t) = X_0^i + \int_0^t \zeta(s, X(s)) ds + \sum_{j=1}^m \int_0^t \sigma^{i,j}(s, X(s)) dP_s^j, \quad t \in [0, T], \quad i = 1, \dots, d,$$

u nichž za jistých podmínek na zúčastněné funkce lze zaručit existenci jednoznačně určeného řešení. V práci je nově dokázána spojitá závislost řešení těchto rovnic na počáteční podmínce. Dále se zabývá situací, že funkce  $\sigma$  a  $\zeta$  spojitě závisí na parametru z nějakého obecného metrického prostoru. Pro tento případ je v práci představen důkaz spojitě závislosti řešení na těchto parametrech. Text je částí bakalářské práce autora.

## Odhad rozptylu kalibračních (převážených) odhadů ve výběrových šetřeních

**Anna Michálková**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

Ve výběrových šetřeních nás často zajímá odhad úhrnu sledované veličiny (např. počet lidí, kteří poslouchají danou rozhlasovou stanici), přičemž máme k dispozici pomocné informace (např. pohlaví, věk, region aj.) o vybraných jedincích a úhrny těchto pomocných proměnných v populaci. V praxi se pak často data ze získaného výběru převažují (kalibrují), aby struktura vzorku byla z hlediska pomocných proměnných reprezentativní, tj. aby odpovídala struktuře pomocných proměnných v celé populaci. Kalibrační odhad úhrnu je pak lineární (vážený) odhad s váhami, které jsou spočteny z pomocných proměnných. V této práci se zabýváme odhadem rozptylu takových odhadů. Zaměřujeme se pak zejména na

model-based přístup. Ten je sice ve výběrových šetřeních méně typický, ale na rozdíl od tradičního design-based přístupu dokáže zohlednit, že výběr zpravidla není dokonale reprezentativní v pomocných proměnných. V práci zobecňujeme známé asymptotické výsledky model-based přístupu pro širší třídu vážených odhadů. Dále navrhuje konzistentní odhad asymptotického rozptylu, který oproti běžně doporučovaným odhadům vycházejícím z design-based přístupu přirozeně zohledňuje váhy použité v odhadu úhrnu. Navíc podobně jako design-based odhady je také robustní vůči porušení předpokládané varianční struktury i vůči určitým porušením předpokládaného tvaru střední hodnoty. V simulační studii pak zkoumáme, jak si vede navržený odhad rozptylu ve srovnání s jinými odhady rozptylu, které jsou standardně doporučovány v literatuře nebo používány v praxi. Výsledky prezentované v této práci budou součástí autorčiny diplomové práce. V soutěži SVOČ ani dalších podobných soutěžích dosud žádný z výsledků uplatněn nebyl.

## Kalman-Bucy Filter in Continuous Time

Ondřej Týbl

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

The aim of the work is to study a linear filtering problem for Gaussian processes in finite-dimensional spaces in two aspects: continuous dependence of the filter on the signal and existence and uniqueness of a solution to an integral equation that defines the covariance of the error and the signal.

We extend the results from Maskowski and Kubelka (2019) in some directions. The covariance of observation error as derived by Maslowski and Kubelka (2019) satisfies non-linear integral equation with non-Lipschitz right-hand side, which does not allow us to use the classical method of Gronwall inequality to derive continuous dependence of the solution on a parameter. In such a complex situation we utilize the notion of relative compactness and a stochastic integral representation of the filter. This result is then extended to prove the continuous dependence of the filter itself. Moreover, existence and uniqueness of the solution of the integral equation inherited from Maslowski and Kubelka (2019) under more general assumptions is shown using the Banach Fixed point Theorem. This presented approach provides directly a numerical method for finding the solution with exponential speed of convergence.

## **Worst Case Distribution for Stochastic Dominance Problems**

**Karel Kozmík**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

The problem of portfolio optimization is a typical problem in economics and finance. Modern methods that deal with portfolio optimization include stochastic dominance. The concept of stochastic dominance allows us to compare two random variables, which in this case represent the return of our final portfolio and a benchmark portfolio. In this work, which is the first part of a diploma thesis considering robust portfolio optimization with stochastic dominance constraints, we examine the worst case distribution for a given portfolio. Since the distribution of returns is often just estimated from data, we look for the worst distribution that differs from empirical distribution at maximum by a predefined value. First we define in what sense the distribution is the worst for the first and second order stochastic dominance. For the second order stochastic dominance, we used two different formulations for the worst case. We derived the robust stochastic dominance test for all the mentioned approaches and found the worst case distribution as the optimal solution of a non-linear maximization problem. We tested all the derived optimization programs on real life data, specifically on returns of assets captured by Dow Jones Industrial Average. Using multiple set ups for the optimization problems, we were able to understand and describe the behavior of the worst case distribution in detail. We analyzed the worst case distribution with increasing distance from the empirical distribution and compared the results with each other.

# Sekce M5 + M6

## MATEMATICKÉ STRUKTURY

—

ALGEBRA, TOPOLOGIE A GEOMETRIE

TEORIE GRAFŮ A KOMBINATORIKA

### Porota

doc. RNDr. Miroslav Kureš, Ph.D. (FSI VUT, Brno)

doc. Mgr. Jan Obdržálek, Ph.D. (FI MU, Brno)

doc. RNDr. Soňa Pavlíková, CSc. (FCHPT STU, Bratislava)

## Delonovské množiny uzavřené vůči lineárním zobrazením

**Jan Mazáč**

České vysoké učení technické, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Vhodným modelem pro kvazikrystaly – nekrystalografické materiály s uspořádáním na dlouhou vzdálenost – je diskrétní delonovská množina vzniklá pomocí tzv. cut and project metody.

Tato metoda využívá projekce více-dimenzionálních mříží na dva vhodně zvolené podprostory. Umožňuje tak vytvořit diskrétní množiny se symetriemi, jež nemohou mít mřížky v nízkých dimenzích, například pětičetnou symetrii. V práci se zaměřujeme na následující otázku, totiž zda k zadanému lineárnímu zobrazení  $A$  existuje cut and project schéma takové, že jeho první projekce  $\pi_{\parallel}$  mříže  $\mathcal{L}$  je invariantní vůči tomuto zobrazení. Je dokázána následující věta:

**Věta:** Buď  $A$  libovolné lineární zobrazení takové, že všechny jeho vlastní hodnoty jsou algebraická celá čísla. Pak existuje generické cut and project schéma  $\Lambda = (\mathcal{L} \subset \mathbf{R}^s, \mathbf{R}^n)$  takové, že  $A\pi_{\parallel}(\mathcal{L}) \subset \pi_{\parallel}(\mathcal{L})$ .

Důkaz věty je konstruktivní a popisuje konstrukci příslušného cut and project schématu. Pro diagonalizovatelná zobrazení navíc určujeme minimální potřebnou dimenzi mříže. Celá práce využívá maticový formalismus založený na Jordánových formách matic. Pro kvazikrystaly s pětičetnou symetrií s kruhovým oknem dále popíšeme všechny jejich možné lineární soběpodobnosti.

Výsledky této SVOČ budou uplatněny jakožto diplomová práce.

## Celá algebraická čísla, jejichž normy nejsou $m$ -té mocniny

**Tomáš Perutka**

Masarykova univerzita, Brno, Přírodovědecká fakulta

V této práci dokážeme dvě různá zobecnění věty z článku Revealing two cubic non-residues in a quadratic field locally sepsaného Radanem Kučerou. Tuto větu zobecníme pro případ libovolného konečného Galoisova rozšíření tělesa racionálních čísel za přidání předpokladu, že normy obou prvků  $\mu_1, \mu_2$  nejsou  $m$ -té mocniny v příslušném okruhu. Rozšíříme použití Kummerovy teorie a Frobeniových automorfismů ve zmíněném článku a postup obohatíme o práci s moduly nad okruhy zbytkových tříd, které jsou generované dvěma nenulovými prvky.

## Metrické vlastnosti grafů

**Martin Dzúrik**

Masarykova univerzita, Brno, Přírodovědecká fakulta

In this thesis we study a graph with ordering of vertices, we define a generalization, pseudoordering and for graph  $H$ ,  $H$ -Hamiltonian number of a graph  $G$ , we will show that it is a generalization of Hamiltonian number and traceable number. We calculate upper Hamiltonian number of path, we will show that for fixed number of vertices, path has maximal upper  $H$ -Hamiltonian number, it is a generalization of the same claim for upper Hamiltonian number and upper traceable number. At last we will show that for every connected graph  $H$  only path have maximal  $H$ -Hamiltonian number.

## Semigroup-valued metric spaces

**Matěj Konečný**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

This work, which is my Master thesis, is concerned with the structural Ramsey theory which is a field on the boundary of combinatorics and model theory with deep connections to topological dynamics. Most of the known Ramsey classes in finite binary symmetric relational language can be shown to be Ramsey by utilizing a variant of the shortest path completion (e.g. Sauer's  $S$ -metric spaces, Conant's generalised metric spaces, Braunfeld's  $\Lambda$ -ultrametric spaces or Cherlin's metrically homogeneous graphs). We explore the limits of the shortest path completion. We offer a unifying framework — semigroup-valued metric spaces — for all the aforementioned Ramsey classes and study their Ramsey expansions and EPPA (the extension property for partial automorphisms). Our results can be seen as evidence for the importance of studying the completion problem for amalgamation classes and have some further applications (such as the stationary independence relation).

As a corollary of our general theorems, we reprove results of Hubička and Nešetřil on Sauer's  $S$ -metric spaces, results of Hubička, Nešetřil and the author on Conant's generalised metric spaces, Braunfeld's results on  $\Lambda$ -ultrametric spaces and the results of Aranda *et al.* on Cherlin's primitive 3-constrained metrically homogeneous graphs. We also solve several open problems such as EPPA for  $\Lambda$ -ultrametric spaces,  $S$ -metric spaces or Conant's generalised metric spaces.



Our framework seems to be universal enough that we conjecture that every primitive strong amalgamation class of complete edge-labelled graphs with finitely many labels is in fact a semigroup-valued metric space.

## On the achievable average degrees in 2-crossing-critical graphs

**Michal Korbela**

Masarykova univerzita, Brno, Fakulta informatiky

$c$ -crossing-critical graphs are the minimal obstructions requiring at least  $c$  edge crossings in every drawing in the plane. The structure of these obstructions is very rich for every  $c \geq 2$ . Although, at least in the first nontrivial case of  $c = 2$ , their structure is relatively well understood. For example, we know that, aside of finitely many small exceptions, the 2-crossing-critical graphs have vertex degrees from the set  $\{3, 4, 5, 6\}$  and their average degree can achieve exactly all rational values from the interval  $[7/2, 14/3]$ . Continuing in depth in this research direction, we determine which average degrees of 2-crossing-critical graphs are possible if we restrict their vertex degrees to proper subsets of  $\{3, 4, 5, 6\}$ . In particular, we identify the (surprising) subcases in which, by number-theoretical reasons, the achievable average degrees form discontinuous sets of rationals.

## Zovšeobecnenia a analógie súvislosti v grafoch

**Daniela Matisová**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice, Prírodovedecká fakulta

Nech  $e_1, e_2, e_3, e_4$  sú hrany incidentné v tomto poradí podľa daného rotačného systému (napríklad v smere hodinových ručičiek) s vrcholom  $v$  stupňa štyri v 4-regulárnom grafe  $G$ . Dvojice hrán  $e_1, e_3$  a  $e_2, e_4$  nazývame  $CT$ -susedné.  $CT$ -cestou nazývame takú cestu, v ktorej sú každé dve za sebou idúce hrany  $CT$ -susedné. 4-regulárny graf sa nazýva  $CT$ -súvislý, ak medzi ľubovoľnými dvoma jeho vrcholmi existuje  $CT$ -cesta. V tejto práci uvedieme príklady jednoduchých planárnych 4-regulárnych  $CT$ -súvislých grafov na ľubovoľne veľkom počte vrcholov, väčšom ako sedem, a kompletne charakterizujeme  $CT$ -súvislosť 4-regulárnych grafov vzhľadom na im prislúchajúci Gaussov kód, resp. rozšírený Gaussov kód.

## A new representation of mixed unit interval graphs

**Jana Novotná**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

Intersection graphs play an important role amongst the study of particular graph classes. Geometric objects represent vertices and vertices are adjacent whenever the corresponding objects intersect. Notably, interval graphs, intersection graphs of segments on a real line (intervals), play a key role in the study of algorithms and special structural properties. Interval graphs are chordal and therefore also perfect, which provide a variety of graph decompositions and models. Such properties are often useful tools for the algorithm design. Therefore many classical NP-hard problems are polynomial-time solvable on them. In fact most of them are even solvable in linear time, such as the proper graph coloring. Surprisingly, the complexity of some well-studied problems is still unknown despite an extensive research, for instance the MaxCut problem or the  $L_{2,1}$ -labeling problem.

Unit interval graphs, their proper subclass, where each interval has a unit length, has also been extensively studied. Interestingly, we still lack a strong evidence for a problem easy on unit interval graphs and hard on interval graphs.

All this being said, we study mixed unit interval graphs – a generalization of unit interval graphs where each interval has still a unit length but we allow intervals to be of more than one types (open, closed, open-closed). This small modification captures a much richer class of graphs. In particular, mixed unit interval graphs are not claw-free, compared to unit interval graphs.

Heggernes, Meister, and Papadopoulos defined a model for unit interval graphs, called bubble model. This model can be very useful in algorithm design. We extend this model to the whole class of mixed unit interval graphs giving much broader opportunities for potential use. The original bubble model was used for proving the polynomiality of the MaxCut problem on the unit interval graphs. However, we found a significant mistake in the proof and unfortunately, this problem seems to be hardly repairable. On the positive side, we demonstrate advantages of such model by providing a subexponential algorithm solving the MaxCut problem on the mixed unit interval graphs using our extended version of the bubble model.

This work will be a part of my master thesis, none of the results has been already published or used in any competition.

## Zafarbenia hrán grafov

**Alfréd Onderko**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice, Prírodovedecká fakulta

Zobrazenie  $f$ , ktoré každému vrcholu grafu  $G$  priradí kladné celé číslo sa nazýva ohraničujúca funkcia grafu  $G$ . Hranové farbenie grafu  $G$  sa nazýva  $M_f$ -hranové, ak počet farieb použitých na hranách incidentných s každým vrcholom  $v$  grafu  $G$  je najvyššie  $f(v)$ .  $M_f$ -hranové farbenie sa označuje  $M_i$ -hranové, ak existuje také kladné celé číslo  $i$ , že pre každý vrchol  $v$  grafu  $G$  platí  $f(v) = i$ . Čísla  $\mathcal{K}_f(G)$  a  $\mathcal{K}_i(G)$  označujú maximálny počet farieb použitých v nejakom  $M_f$ -hranovom, respektíve  $M_i$ -hranovom farbení grafu  $G$ .

V tejto práci dokážeme základné vlastnosti  $M_f$ -hranových farbení grafov. Nadvižeme na niektoré známe výsledky o  $M_2$ -hranových farbeniach a určíme hodnotu čísla  $\mathcal{K}_f(T)$  pre ľubovoľnú ohraničujúcu funkciu  $f$  stromu  $T$ . Taktiež určíme hodnotu čísla  $\mathcal{K}_f(G)$ , kde  $f$  je taká ohraničujúca funkcia grafu  $G$ , že pre každý vrchol  $v$  grafu  $G$  platí  $\deg_G(v) \leq f(v) + 1$ . Pre hustý graf  $G$  s maximálnym stupňom  $|V(G)| - 1$  určíme hornú hranicu čísla  $\mathcal{K}_f(G)$ , pre ľubovoľnú ohraničujúcu funkciu  $f$  grafu  $G$ .

## Barvení grafů za použití nikdenulových toků

**Jiří Škrobánek, Filip Čermák, Martin Raška**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

Tato práce se zabývá efektivitou barvení rovinných grafů pomocí hledání toků v grafech k nim duálními. Zvláštní pozornost je věnována speciálnímu případu, kdy téměř všechny stěny mají délku čtyři.

# Sekce M7 + M8

APLIKOVANÁ MATEMATIKA

—

NUMERICKÁ ANALÝZA

MATEMATICKÉ MODELY DYNAMIKY

## Porota

doc. Mgr. Pavol Bokes, Ph.D. (FMFI UK, Bratislava)

prof. RNDr. Jan Franců, CSc. (FSI VUT, Brno)

prof. RNDr. Zdeněk Pospíšil, Dr. (PřF MU, Brno)

## Riešenie úloh anizotropickej difúzie na nerovnomerných výpočtových sieťach

**Martin Bejdák**

Slovenská technická univerzita, Bratislava, Stavebná fakulta

Práca sa venuje odvodeniu numerických metód na riešenie parciálnych diferenciálnych rovníc anizotropickej a izotropickej difúzie. Využívame princípy metódy konečných objemov na nájdenie numerického riešenia anizotropickej Poissonovej rovnice v dvojdimenzionálnom a trojdimenzionálnom priestore s Dirichletovými okrajovými podmienkami. Riešenie hľadáme na nerovnomerných polygonálnych sieťach. Schéma je implementovaná na nerovnomerných logicky štvoruholníkových sieťach. Určíme jej experimentálny rád konvergenzie.

## Lokalizácia mobilných telefónov pomocou semidefinitného programovania

**Terézia Fulová**

Univerzita Komenského, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

Lokalizačný problém spočíva v nájdení všetkých bodov v priestore, pričom sú spravidla známe len pozície niekoľkých bodov a niektoré vzdialenosti medzi nimi. Úlohu môžeme modifikovať na prípad, keď vzdialenosti nie sú presne známe, ale je známa len dolná a horná hranica pre jednotlivé vzdialenosti. Jednou z možných aplikácií je lokalizácia mobilných telefónov, kde vysielacie mobilného signálu predstavujú známe body a mobilné telefóny body, ktorých pozície chceme určiť, pričom poznanie vzdialeností medzi nimi môže byť ovplyvnené dosahom signálu či prítomnosťou ruchu. Takto definovaný lokalizačný problém možno vďaka vlastnostiam tzv. Euklidovských matic sformulovať v tvare semidefinitnej úlohy s ohraničením na hodnotu. Toto ohraničenie je jediným zdrojom nekonvexnosti úlohy, preto je naším cieľom nahradiť toto ohraničenie tak, aby sme riešili úlohu semidefinitného programovania, ktorá je konvexná, a teda efektívne riešiteľná. Predstavíme novú heuristiku na riešenie takejto úlohy a ukážeme, že mnohokrát vedie k lepším výsledkom ako existujúce heuristiky.

## **Numerical methods of space-based coronagraph image processing**

**Petra Kosová**

Vysoké učení technické, Brno, Fakulta strojního inženýrství

The goal of this paper is to create a filter for coronal mass ejection (CME) visualization in digital images made by space-based coronagraphs and to test them on SOHO spacecraft data. This paper includes astronomical and mathematical theory, which is needed for good understanding of techniques used in practical part. Further there is description of Normalizing-radial-graded filter (NRGF), broadly used filter for images made by coronagraphs.

The practical part shows our suggested improvements of NRGF, their proper description and also their implementation. Moreover we have created a program, which helped us with testing of these improvements. Description of the program is included in this paper.

Results presented in this paper will be used as author's diploma thesis and they were not published nor presented in any student competition (SVOC).

## **Globálne krylovovské metódy pre riešenie lineárnych algebraických problémov s maticovým pozorovaním**

**Martin Rapavý**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

V tejto práci sa venujeme štúdiu metód na riešenie sústav lineárnych algebraických rovníc s násobnou pravou stranou. Konkrétne sa zameriame na blokové Krylovove metódy a globálne Krylovove metódy, ktoré vzniknú rôznymi prístupmi k zovšeobecneniu metód GMRES a LSQR na riešenie lineárnych sústav s vektorovou pravou stranou. Popíšeme podrobne rozdiel v konštrukcii ortonormálnej bázy v blokových a Fortonormálnej bázy v globálnych metódach. Nakoniec sa venujeme numerickému testovaniu odvodených algoritmov v prostredí MATLAB. Na vhodne vybraných testovacích problémoch porovnáme konvergenčné vlastnosti jednotlivých metód.

## **Developing a reliable macro-scale model for multi-scale simulations of catalytic filters for automotive exhaust gas aftertreatment**

**Tomáš Hlavatý**

Vysoká škola chemicko-technologická, Praha, Fakulta chemicko-inženýrská

The increasing number of vehicles and higher interest in ecology lead to tightening of laws about automotive exhaust gas after-treatment. The exhaust gas after-treatment currently comprises several clean-up devices. The most important of these are catalytic converters for conversion of health and environment endangering gases and filters trapping the particulate matter.

Catalytic converters and particulate matter filters are technologically similar devices. Therefore, they may be combined to obtain a single device – a catalytic filter. Replacing catalytic converters and particulate filters by catalytic filter reduces heat-losses and facilitates the conversion of the gaseous pollutants in the car exhaust system. On the other hand, the behavior of the catalytic filter is very sensitive to the catalyst deposition that has to be carefully optimized in order to achieve maximal filtration efficiency with minimal pressure drop, i.e. with minimal losses in the engine power.

The behavior of catalytic filters may be analyzed using methods of computational fluid dynamics (CFD). In this work, we build on previously published results and prepare a 3D macro-scale model of the flow in a monolithic catalytic filter. Contrary to previously published results, the newly developed model is geometrically conforming to an analyzed sample of a real catalytic filter.

## **Stabilita prúdenia v reaktívnych pórovitých prostrediach**

**Radoslav Hurtiš**

Univerzita Komenského, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

V tejto práci sa zaoberáme stabilitou reaktívneho prúdenia v pórovitých médiách a využitím moderného numerického nástroja COMSOL Multiphysics analyzujeme podmienky, pri ktorých dochádza k prechodu do nelineárnej nestability reakčného frontu. Analýza linearizovanej stability postupujúceho frontu je založená na aplikácii Čebyševovej a Hermitovej spektrálnej kolokačnej metódy pre odlišné triedy permeabilitných vzťahov. Hlavným výsledkom práce je numerická simulácia postupujúceho frontu s plne nelineárnymi poruchami implementáciou

metódy konečných prvkov. Získané výsledky budú tvoriť základ diplomovej práce autora.

## **Numerický výpočet funkcie času prvého príchodu**

**Katarína Lacková**

Slovenská technická univerzita, Bratislava, Stavebná fakulta

Táto práca sa zaoberá hľadaním funkcie času prvého príchodu rozptínajúcej sa krivky pomocou metód úrovňovej množiny. Pracuje sa na modeli zahŕňajúcom aj krivosť pohybujúcej sa krivky. Hlavným cieľom práce je porovnanie nestacionárnej a stacionárnej metódy riešenia funkcie času prvého príchodu pre model uvažujúci krivosť. Na záver sa získané poznatky aplikujú pri riešení funkcie času prvého príchodu rozptínajúceho sa frontu lesného požiaru.

## **Movement Characteristics of a Model with Circular Equilibrium**

**Judita Nagyová**

Vysoká škola báňská – Technická univerzita, Ostrava, Fakulta elektrotechniky a informatiky

Predložená súťažná práca sa zaoberá štúdiom dynamických vlastností spojitého dynamického systému pomocou nových metód, zejména 0-1 testu chaosu a rýchle aproximácie entropie. Analyzovaný dynamický systém, autonómna sústava troch obyčajných diferenciálnych rovníc, bol zavedený Gotthansom a Petrželou [Nonlinear Dyn (2015) 81:1143-1149] a bol motivovaný elektronickým obvodom. Hlavným cieľom práce je kvalifikácia a kvantifikácia charakteru trajektorií stavových premenných. Kvalifikácia je provedená pomocou 0-1 testu chaosu, ktorý delí jednotlivé prípady v závislosti na parametre na regulárne (periodické) a iregulárne (chaotické). Kvantifikácia je pak provedená rýchlymi aproximáciami entropií, jej výsledkom je možno pozorovať nárast komplexity systému. Studie byla provedena v závislosti na dvou stavových parametrech. Soutěžní práce je založena na článku *Movement Characteristics of a Model with Circular Equilibrium* spoluautorů M. Lamparta a J. Nagyové. Soutěžící zcela samostatně provedla kompletní implementační část včetně odpovídajícího masivního testování. V průběhu řešení problému studentka vyřešila problém citlivosti adaptivního řešiče ode45 implementovaného v Matlabu a vhodně navrhlá přímé použití Runge-Kuttovy integrační metody pátého řádu pro numerické řešení studované soustavy. Dosažené hlavní výsledky pak vhodně komentovala, sumarizovala a prezentovala v obrázcích 7 a 8. Tato



práce není součástí bakalářské ani magisterské práce studentky. Žádná z částí této soutěžní práce nebyla nikdy součástí jiné soutěžní práce SVOČ či jiné.

## **Vertex dependent fitness in the Moran process**

**Jakub Svoboda**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

The Moran process is a model for simulating evolutionary dynamics. In that model, one mutant with higher fitness is introduced to a structured population. Evolution is simulated in rounds. In one round, individual is selected proportionally to its fitness and spreads to the place of a random neighbour.

In this thesis, we motivate the Moran process, present basic results, and define our variant. We work in a vertex dependent model; every individual has fitness according to its type and occupied vertex.

In the vertex dependent model we prove two theorems about the number of steps the process has to make to get to the stable state. We show that on the complete graph, the process takes only polynomially many steps and we find a graph where the process take exponentially many steps, but in the normal settings the number of steps is the same as on the complete graph.

## **Hamiltonian and thermodynamic theory of solids and fluids**

**Martin Sýkora**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

Při modelování kontinua typicky předepisujeme rovnice pro pole hustoty, rychlostí, energie a prvků Cauchyho tenzoru napětí. Právě tenzor napětí přitom velmi často vyjadřujeme pomocí levého Cauchy-Greenova tenzoru. Ten má však pouze šest nezávislých komponent a není schopen podchytit anizotropii materiálu. V jistém smyslu se tak zdá být výhodnější pracovat s deformačním gradientem, nebo jeho inverzí – maticí distorze.

V první části práce odvodíme pohybové rovnice vyjádřené pomocí všech tří výše zmíněných tenzorů. Uvedené odvození je navíc zajímavé a nestandardní, protože nevychází ze zákonů zachování a věty o transportu, ale z rozšíření Hamiltonovské mechaniky a Poissonových závorek z hmotného bodu na kontinuum. Ve druhé části pak zkoumáme řešení fyzikálních problémů pomocí modelů s levým Cauchy-Greenovým tenzorem a maticí distorze. Na modelovém analytickém řešení se ukazuje, že první model je jednodušší a za určitých okolností ho lze brát

jako linearizaci modelu druhého. Následně numerickými simulacemi ověřujeme použitelnost druhého modelu na složitější případy.

Za nejvýznamější přínos považuje autor práce analytické porovnání obou modelů a analytické i numerické řešení problémů s maticí distorze. Jedná se o poměrně nový, neprozkoumaný model a v této práci je naznačena jeho možná podobnost neo-Hookeovským modelem.

Tato práce je neúplnou verzí autorovy diplomové práce.

## **Gradient polyconvexity and its application to problems of mathematical elasticity and plasticity**

**Jiří Zeman**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

Polyconvexity is a standard assumption on hyperelastic stored energy densities which ensures the weak lower semicontinuity of the respective energy functional. The present work reviews what is known about gradient polyconvexity, introduced by Benešová, Kružík and Schlömerkemper in 2017. It is an alternative property to polyconvexity, better-suited e.g. for the modelling of shape-memory alloys. The principal result of this thesis is the extension of an elastic material model with gradient polyconvex energy functional to an elastoplastic body and proving the existence of an energetic solution to an associated rate-independent evolution problem, proceeding from previous work of Mielke, Francfort and Mainik.

The author intends to submit the text as his Master's thesis. No part of it has been used in SVOČ or a similar competition before.

# Sekce I1 + I2

TEORETICKÁ INFORMATIKA

UMĚLÁ INTELIGENCE

## Porota

doc. RNDr. Jozef Jirásek, Ph.D. (PF UPJŠ, Košice)  
doc. Ing. Radomil Matoušek, Ph.D. (FSI VUT, Brno)  
RNDr. Petr Novotný, Ph.D. (FI MU, Brno)

## Algorithms for isometric gene tree reconciliation

**Radoslav Chládek**

Univerzita Komenského, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

An evolution of a group of related biological species can be represented by a phylogenetic tree that we call a species tree. It is also possible to represent the evolution of one particular gene in a given group of species by a so-called gene tree. In this work, we study the problem of isometric gene tree reconciliation. The goal of this problem is to map the nodes of the gene tree to nodes or edges of the species tree in order to obtain a more comprehensive evolutionary history. Based on this history, we can interpret the events that took place in the evolution of the gene. Previous research has dealt with the case where the phylogenetic trees had exact edge lengths. For practical applicability, we extend the existing algorithms by allowing the input trees to have inexact edge lengths specified by intervals. The main goal of this thesis is to develop effective algorithms for solving several variants of this problem.

## The complexity of constrained graph drawing

**Martin Hora**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

A labeled embedding of a planar graph  $G$  is a pair  $(\mathcal{G}, g)$  consisting of a planar drawing  $\mathcal{G}$  of  $G$  and a function  $g$  assigning labels (colors) to the faces of  $\mathcal{G}$ . We study the problem of Embedding Restriction Satisfiability (ERS) that investigates whether a given graph has a labeled embedding satisfying a provided set of conditions. ERS is a relatively new problem, so not much is known about it. Nevertheless, it has great potential. It generalizes several problems looking for a particular drawing of a planar graph, such as the problem of Partially Embedded Planarity. Therefore, ERS may become a focal point in the area of graph drawing. In this thesis, we examine the computational complexity of ERS. We show that ERS is NP-complete. After that, we look at the complexity of some specific classes of its instances. We try to locate the boundary between the NP-complete and the polynomial variants of the problem.

The author intends to submit this work as his Master thesis.

## Generalized derived words and substitutions closed under derivation

Václav Košík

České vysoké učení technické, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Práce se zabývá nekonečnými slovy, která jsou generovaná primitivními substitucemi. Takové slovo  $u$  je uniformně rekurentní, což znamená, že jeho libovolný faktor  $w$  se v něm vyskytuje nekonečně krát a navíc vzdálenosti mezi sousedními výskyty  $w$  jsou omezeny. Úsek nekonečného slova mezi sousedními výskyty faktoru  $w$  se nazývá návratové slovo k faktoru  $w$  ve slově  $u$ . Každý faktor uniformně rekurentního slova má pouze konečný počet návratových slov, řekněme  $k$ . Původní slovo  $u$  lze navíc (až na prefix) napsat jako zřetězení návratových slov k faktoru  $w$ . Uspořádání návratových slov v tomto zřetězení tak přirozeně přiřazujeme nekonečné slovo nad abecedou velikosti  $k$ . Toto slovo se nazývá derivované slovo k faktoru  $w$  ve slově  $u$ .

V práci jsou shrnuty známé výsledky o návratových a derivovaných slovech k prefixům nekonečného slova. Tyto výsledky pak zobecňujeme i na faktory, které nejsou prefixy. Zavádíme i obecnější pojem „návratové slovo k množině faktorů“ a studujeme vztah derivovaného slova k faktoru  $w$  a derivovaného slova k vhodně zavedenému „předku“ faktoru  $w$ . To vše s cílem vytvořit nové nástroje ke studiu konečných množin substitucí uzavřených na derivování. Těm je zasvěcená poslední kapitola, ve které představujeme dva nové příklady takovýchto množin substitucí.

Výsledky obsažené v této práci budou součástí diplomové práce. Ta byla zadána v únoru 2019 s plánovaným datem odevzdání leden 2020. Ve SVOČ, ani v jiné soutěži podobného charakteru autor zatím své výsledky neprezentoval.

## Limits of Efficient FO Model Checking of Geometric Graphs

Filip Pokrývka

Masarykova univerzita, Brno, Fakulta informatiky

In finite model theory, the first-order model checking problem on graphs is nowadays very popular. The current highlights of research focus on finding subclasses of graphs on which FO model checking is fixed-parameter tractable (FPT), since it is proven that FO model checking on general graphs is non-FPT, unless the Exponential Time Hypothesis fails. In this work, we focus on intersection graph classes, and show that under suitable restrictions, FO model checking on these

graphs becomes FPT, while in general FO model checking problem is as hard on these graphs, as on general graphs. We focus mainly on interval and permutation graphs.

## **Image feature extraction applied in classification techniques**

**Vojtěch Dorňák**

Vysoká škola báňská – Technická univerzita, Ostrava, Fakulta elektrotechniky a informatiky

In this thesis, I explore an image feature extraction approach called SIFT (Scale-Invariant Feature Transform). I use the extracted features for training and testing of an image classification technique, SVMs (Support Vector Machines). In the first few sections, I introduce the SIFT, techniques used to adapt the feature descriptors to the classifier, and the SVM.

In the preparation for this thesis, I tried classifying the MNIST (Modified National Institute of Standards and Technology database) dataset. Using an OpenCV library in C++, the images were converted into PETSc vectors. Then, the PermonSVM classifier trained and tested the model on dataset of the vectors, which contain the image pixel values. The classification using pixel values of the data was successful. Therefore, feature extraction is not needed. Next, I experimented with classifying images of four shapes. Using the OpenCV and Numpy library with Python, I converted the images into Numpy arrays, converted the list of the arrays into a sparse matrix and saved the data into the HDF5 file. The classifier diverged in some cases. I tried using the SIFT features to improve the classification. It turned out unsuccessful, as the SIFT algorithm is meant for recognising features in photographs of real objects. Therefore, the classifier trained and tested the model using the SIFT features extracted from the real image data. I compared the classification using the SIFT features with the illuminance-based classification.

## **Rozhodovacie džungle**

**Šimon Horvát**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice, Prírodovedecká fakulta

V tejto práci rozoberáme rozhodovacie džungle, ktoré boli navrhnuté Shottonom (Microsoft Research tím) na konferencii NIPS 2013. Rozhodovacia džungľa je skupinovým modelom rozhodovacích DAG-ov (directed acyclic graphs). Koncept

džungle veľmi úzko súvisí s rozhodovacím lesom, rovnako DAG je analógiou k rozhodovaciemu stromu, preto v tejto práci analyzujeme aj tieto klasifikačné modely. Počet uzlov v rozhodovacích stromoch rastie exponenciálne s hĺbkou stromu. Pre niektoré aplikácie, napríklad na mobilných alebo zabudovaných procesoroch, je pamäť obmedzeným zdrojom, a tak exponenciálny rast stromov obmedzuje ich hĺbku, teda aj ich potenciálnu presnosť. Na rozdiel od rozhodovacích stromov, ktoré umožňujú iba jednu cestu ku každému uzlu, DAG v rozhodovacej džungli umožňuje viacero ciest od koreňa ku každému listu. V práci okrem popisu Shottonovej džungle, navrhujeme aj vlastný variant rozhodovacích džunglí, ktorý zovšeobecňuje DAG z binárneho grafu na všeobecný. Myšlienka rozhodovacích džunglí teda prichádza s úsporou pamäťových nárokov. Navyše, zvyšujú generalizáciu, čo sa často odzrkadľuje v presnosti klasifikácie.

## Solving the Maximum Clique Problem Using Neural Networks

**Mário Lipovský**

Univerzita Komenského, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

Inspired by recent initiatives to solve combinatorial optimization problems using deep learning and to process graphs with neural networks, in our work we try to solve the maximum clique problem using simple graph neural networks Structure2Vec and ChebNet. We use supervised learning in our approach – we first train graph neural networks on various types of graphs to predict the maximum clique size in the neighbourhood of each vertex. In the second step we then use these predictions to guide a branch and bound tree search to construct the maximum clique. Our results show that graph neural networks can learn to predict clique sizes in small graphs, although our generalization experiments suggest that these models are not able to grasp the underlying concept of cliques. We also show that when the graph network is used as a branching heuristic function of branch and bound algorithm, it can outperform simple degree-based heuristic, but does not achieve better results than more advanced heuristic based on vertex coloring.

## Anomaly Detection Using Generative Adversarial Networks

**Ondřej Měkota**

Univerzita Karlova, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

Generative adversarial networks (GANs) are able to capture distribution of its inputs. They are thus used to learn the distribution of normal data and then to detect anomalies, even if they are very rare; e.g. Schlegl et al. (2017) proposed anomaly detection method called AnoGAN. However, a major disadvantage of GANs is instability during training. Therefore, Arjovsky et al. (2017) proposed new version, called Wasserstein GAN (WGAN).

The goal of this work is to propose a model, utilizing WGANs, to detect fraudulent credit card transactions. We develop new method called AnoWGAN+e, partially based on AnoGAN, and compare it with One Class Support Vector Machines (OC-SVM) (Schölkopf et al., 2001),  $k$ -Means ensemble (Porwal et al., 2018) and other methods. Performance of studied methods is measured by area under precision-recall curve (AUPRC), and precision at different recall levels on credit card fraud dataset (Pozzolo, 2015). AnoWGAN+e achieved the highest AUPRC and it is 12% better than the next best method OC-SVM. Furthermore, our model has 20% precision at 80% recall, compared to 8% precision of OC-SVM, and 89% precision at 10% recall as opposed to 79% of  $k$ -Means ensemble.

## Plánovanie evakuácie založené na lokálnych technikách kooperatívneho hľadania ciest

**Róbert Selvek**

České vysoké učení technické, Praha, Fakulta informačních technologií

V tejto práci sa venujeme otázke evakuácie z budov alebo priestranstiev z perspektívy algoritmov na kooperatívne hľadanie ciest. Definujeme problém nazvaný multi-agentná evakuácia, ktorý sa skladá z neorientovaného grafu, v ktorého vrchoch sa nachádzajú agenty (napríklad ľudia, roboty alebo postavy v počítačovej hre). Vrcholy v grafe sú označené ako ohrozené alebo bezpečné a úlohou je naplánovať presun agentov z ohrozených do bezpečných vrcholov v čo najkratšom čase.

Existujú centralizované algoritmy založené na modelovaní tokov v sieťach, ktoré dokážu tento problém riešiť optimálne vzhľadom na rôzne ukazovatele. V reálnom svete sa však tieto algoritmy dajú aplikovať len problematcky, pretože skutočné agenty nie sú schopné nasledovať centrálné generovaný plán a mu-



sia reagovať na meniace sa situácie, ako napríklad nekooperujúce agenty. Preto sme navrhli a implementovali algoritmus na plánovanie evakuácie založený na technikách lokálneho kooperatívneho hľadania ciest. Simulácie na viacerých realistických situáciách ukazujú, že riešenia generované týmto algoritmom majú kvalitu podobnú riešeniam z centralizovaných algoritmov.

Výsledky prezentované v tejto SVOČ chce autor uplatniť ako bakalársku prácu. V súťaži SVOČ ani v iných podobných súťažiach zatiaľ výsledky tejto práce uplatnené neboli.

## **Anomaly Detection Using Deep Sparse Autoencoders for CERN Particle Detector Data**

**Filip Široký**

Masarykova univerzita, Brno, Fakulta informatiky

The certification of the Compact Muon Solenoid (CMS) particle detector data, as used for physics analysis, is a crucial task to ensure the quality of all physics results published by CERN. Currently, the certification conducted by human experts is labour intensive and can only be segmented on a long period of time basis. This contribution focuses on the design and prototype of an automated certification system assessing data quality on 23 seconds of data taking basis. Anomalies caused by detector malfunctions or sub-optimal reconstruction are unpredictable and rarely occur, making it difficult to use standard supervised classification methods such as feedforward neural networks. We base our prototype on a semi-supervised model which employs deep sparse autoencoders. This approach has been qualified successfully on CMS data collected during the 2016 Large Hadron Collider (LHC) run: we demonstrate its ability to detect anomalies with high accuracy and low false positive rate compared to the manual certification by experts. A key advantage of this approach over other machine learning technologies is having great interpretability of the results, which can be further used to ascribe the origin of the problems in the data to a specific sub-detector or particle physics objects.

# Sekce I3

POČÍTAČOVÁ GRAFIKA A POČÍTAČOVÉ VIDĚNÍ

## Porota

prof. RNDr. Roman Ďurikovič, Ph.D. (FMFI UK, Bratislava)

doc. RNDr. Petr Matula, Ph.D. (FI MU, Brno)

doc. RNDr. Elena Šikudová, Ph.D. (MFF UK, Praha)

## Inspection and Editing of 3D Reconstructions in VR

**Lukáš Gajdošech**

Univerzita Komenského, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

Point clouds are sets of points in space, usually obtained by a 3D scanner in varying quality and detail. As with any widely used data structure, a quality processing tool is needed. Since it is a representation of a 3D spatial data, a flat 2D monitor is evidently not the ideal displaying device. On the other hand, virtual reality can provide much better environment for evaluating such data visually. Our motivation in this implementation-oriented bachelor thesis was to develop a tool which will be part of the object reconstruction pipeline. After an object is scanned from multiple angles and scans are automatically aligned, the user can load the result into our tool to inspect it, fix the errors, adjust the alignment manually and delete potential outliers. We developed it using Unreal Engine 4, which provides a robust and powerful framework.

The resulting software can be controlled with classical mouse and keyboard approach or with motion controllers in virtual reality. Two different graphical interfaces are implemented for these two different use-cases. For working with point clouds consisting of a huge amount of points, several accelerating structures are evaluated. Octree best suited our needs, so a custom version is implemented. We also use several ray-object intersection algorithms to select a point with its neighborhood using a mouse or a controller.

## Porovnanie služieb na rozpoznávanie obrazov

**Dominika Mihálová**

Univerzita Mateja Bela, Banská Bystrica, Fakulta prírodných vied

Cieľom našej práce je vytvoriť webovú aplikáciu na rozpoznávanie obrazov, ktorá v sebe zahŕňa päť rôznych služieb na rozpoznávanie obrazov a experimentálne overiť, ktorá z týchto služieb je najlepšia. V úvode a prvej kapitole načrtneme dôležité informácie týkajúce sa problematiky cloudových služieb. Uvádzame základné teoretické poznatky. Opisujeme štruktúru týchto služieb a ako služby na rozpoznávanie obrazov realizujú proces učenia a spracovávajú obrázky. Ďalšie kapitoly sa už priamo venujú návrhu a implementácii služieb do webovej aplikácie. Definujú vzhľad a vrstvy aplikácie typu klient-server, jej obsah na strane klienta a serveru, použité programovacie jazyky, spôsob spracovania jednotlivých vstupov a výstupov s poukázaním na prípadné chyby. V závere je prezentovaná webová

aplikácia a diskusia k experimentálnemu overeniu na základe troch kritérií: kvalita spracovania obrazu, rýchlosť spracovania obrazu a zložitosť implementácie služieb.

## **Sledovanie rozostrených objektov spôsobené rýchlym pohybom**

**Robert Sarvaš**

Univerzita Komenského, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

Sledovanie a segmentácia objektu z videa patrí medzi najviac využívané video post-processing metódy nie len pre filmový priemysel, ale aj v odvetviach počítačového videnia. Pri riešení problému oddelenia popredia od pozadia, narážame aj na problémy hardvérovej limitácie snímania videa. Medzi známe nežiadúce efekty vznikajúce limitáciou hardvéru patria aj degradácie obrazu ako šum, rozmazanie pohybom (ang. motion blur), preexponovaný alebo podexponovaný obraz, rôzne farebné oklúzie spôsobené inými objektami, skreslenie spôsobené objektívom a ďalšie. V nasledujúcom článku sa zameriavame na segmentáciu aj takých objektov, ktoré môžu byť rozostrené rýchlym pohybom. Navrhli sme poloautomatickú metódu skladajúcu sa z vytvorenia masky objektu na akejkoľvek snímke vo videu pomocou metódy GrabCut, nasledného použitia OSVOS (One-Shot Video Object Segmentation) konvulučnej neurónovej siete na najdenie objektu na ostatných snímkach videa a alpha matting metódy (konkrétne KNNmatting) pre zvýšenie presnosti segmentácie objektu na okrajoch a detekcie a segmentácie možného rozmazania objektu spôsobeného rýchlym pohybom.

## **Vizualizace 3-rozměrných dat slunečního povrchu**

**Vojtěch Tomas**

České vysoké učení technické, Praha, Fakulta informačních technologií

Práce se zabývá možnostmi vizualizace vícerozměrných dat. Cílem práce je vybrat a implementovat vhodné vizualizační metody. V práci jsou dále rozebrány výpočetní metody numerické integrace, interpolace a konstrukce geometrie, které se pojí s vizualizačními metodami. Vybrané metody a algoritmy jsou implementovány ve formě prototypu, jehož design se zaměřuje na fyzikální přesnost zobrazení, srozumitelnost, možnosti aproximace hodnot, výkon, ale i portabilitu. Prototyp je implementován pomocí webových technologií (JavaScript a WebGL), výpočetní část je implementována v jazyce Python. Prototyp umožňuje zobrazení na LCD stěně v prostředí SAGE2 a na 3D monitoru. Součástí prototypu je

implementace Python balíčku umožňující rychlou integraci a interpolaci. Implementovaný prototyp byl uživatelsky otestován. Testování obsahuje také porovnání rychlosti implementovaných matematických metod s implementací totožných metod v balíčku SciPy.

## **Numerické metody na riešenie úlohy o optickom toku**

**Dagmar Žáková**

Slovenská technická univerzita, Bratislava, Stavebná fakulta

V práci je uvedený spôsob odhadu optického toku na základe rovnice advekcie, kde sme ako vektorové pole uvažovali pohyb level set kriviek v smere normál. Následne sme na tento pohyb aplikovali tangenciálnu korekciu a získali novú interpretáciu optického toku. Na numerických experimentoch sme ukázali výhody tohto postupu pre optický tok v tvare prevažne konštantného posunu.

# Sekce I4

## APLIKOVANÁ INFORMATIKA A SOFTVÉROVÉ INŽENÝRSTVÍ

### **Porota**

doc. Mgr. Bronislava Brejová, Ph.D. (FMFI UK, Bratislava)  
doc. Ing. RNDr. Barbora Bůhnová, Ph.D. (FI MU, Brno)  
prof. RNDr. Ing. Miloš Šeda, Ph.D. (FSI VUT, Brno)

## Využitie časticového filtra na lokalizáciu v indoor prostredí

**Jakub Džama**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice, Prírodovedecká fakulta

V súčasnosti je možné určiť polohu človeka pomocou GPS, ktorý je zabudovaný v takmer všetkých moderných zariadeniach. Kvôli slabej intenzite GPS signálu vo vnútri budov sa na lokalizáciu v interiéri využívajú iné metódy. Jednou z nich je PDR (Pedestrian Dead Reckoning), ktorá je založená na detekcii krokov používateľa využitím senzorov (najmä akcelerometra a kompasu) zabudovaných v smartfónoch. Dáta z týchto senzorov sú však zašumené, preto sa na modelovanie tejto nepresnosti používa Bayesovské filtrovanie. Najpoužívanejšou implementáciou Bayesovského filtrovania v indoor lokalizačných systémoch je časticový filter (Particle filter), ktorý je hlavným skúmaným objektom tejto práce. Časticový filter je definovaný množinou častíc, pomocou ktorej modeluje aktuálnu pozíciu používateľa v budove. V tejto práci, ktorá je zároveň bakalárskou prácou, skúmame správanie časticového filtra v rôznych situáciách a analyzujeme vplyv voľby parametrov na priebeh a presnosť lokalizácie. Vytvorili sme aplikáciu na vizualizáciu časticového filtra, pričom pracujeme s vygenerovanými dátami a manuálne vytvorenými mapami budov, aby sme si vedeli modelovať ľubovoľné situácie typické pre indoor prostredie.

## Rate limiting and traffic shaping

**Richard Eliáš**

Masarykova univerzita, Brno, Fakulta informatiky

This thesis aims to implement an adaptable rate limiting functionality using the P4 language employing the status information provided by a buffer transferring the network traffic. An analysis of multiple rate-limiting algorithms and their applicability to the P4-language use-case compares their resource and processing time requirements to determine which would be best suited for the proposed application. With the cooperation of the Netcope company, specifically Victor Puš and František Németh, which has provided the necessary hardware and the attached P4 language compiler, the decision was made to implement 4 different variants of the final P4 program, with differences in the number of operations, the size on disk and required RAM memory. The thesis briefly explains the basics of the P4 language, the problems faced while performing rate-limiting using the language and then dives deeper into the created solutions, while comparing traffic data and the information received from the compiler and the network card during

expansive traffic testing. In its final part the thesis explores the future possibilities of the created technology with the next version of P4 and the Netcope compiler.

## **Command and Script Testing System for Bash Language**

**Karel Jílek**

České vysoké učení technické, Praha, Fakulta informačních technologií

Tato práce se zabývá návrhem a tvorbou systému pro automatické vyhodnocování správnosti Bash skriptů.

Motivací pro tuto práci byl nevyhovující systém používaný při výuce předmětu Programování v Shellu 1 na FIT ČVUT. Mezi jeho největší slabiny patřilo „binární hodnocení“, tj. student dostal buď všechny body za zcela správné řešení, nebo 0 bodů za libovolné jiné řešení, ať již bylo téměř správné, či zcela špatné. Zároveň student neměl možnost ze systému zjistit, co zhruba má špatně.

Oba zmíněné problémy se podařilo vyřešit – systém generuje náhodná vstupní data podle učitelem definovaných pravidel, což umožňuje studentovi poskytnout jak vstupní data, tak log chyb, které udělal. Hodnocení probíhá iterativně (vstupní data se mohou postupně komplikovat), přičemž horší skript selže dříve než správný skript, na základě čehož lze přidělovat body a vyhnout se tak binárnímu hodnocení.

Systém byl letos již druhým rokem prakticky použit ve výuce a na základě výsledků z ankety hodnocení výuky na FIT ČVUT od studentů překonal jak původní systém, tak autorova očekávání.

## **Uživatelské rozhraní webových aplikací laboratoře LEMMA**

**Tomáš Kovařík**

Masarykova univerzita, Brno, Fakulta informatiky

Tato práce se zabývá návrhem a implementací nového uživatelského rozhraní pro webové systémy (rezervační systém a webový video archiv) laboratoře LEMMA, které jsou využívány pro plánování výpůjček techniky laboratoře a prezentaci vzniklých projektů. Na základě provedené analýzy funkčních požadavků bylo navrženo nové uživatelské rozhraní, jehož cílem je využít moderní technologie pro webové aplikace a zpřístupnit webové systémy laboratoře LEMMA ze široké škály zařízení. Nově navržené uživatelské rozhraní je zdokumentováno do systému Trac, který je laboratoří LEMMA používán pro dokumentaci a řízení vývoje webových systémů. Dokumentace je na takové úrovni, že další údržba, úpravy



a vývoj systému vyžaduje minimální požadavky na provozovatele a administrátora systému. Nové uživatelské rozhraní pokrývá všechny uživatelské role a funkční prvky systému. Webové systémy tvoří Java EE aplikace využívající Stripes MVC framework a EclipseLink ORM rozhraní pro práci s PostgreSQL databází. Prezentační vrstvu systému tvoří šablonovací systém JSP spolu se značkovacím jazykem HTML, JS a Sass preprocesorem stylovacího jazyka CSS.

## **Detekcia foriem sociálneho inžinierstva v emailovej komunikácii**

**Eva Marková**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice, Prírodovedecká fakulta

Neoddeliteľnou súčasťou každodenného života a práce na počítači je vlastníctvo a využívanie emailovej adresy. Podľa štatistického portálu Statista sa od roku 2014 zvýšil počet aktívnych emailových adries o takmer 1 500 miliónov, v dnešnej dobe to teda predstavuje takmer 5 600 miliónov aktívnych emailových adries. Vo všeobecnosti sa človek považuje za najslabší článok bezpečnosti, a preto je jednou z najväčších hrozieb v dnešnom virtuálnom svete práve sociálne inžinierstvo. Sociálne inžinierstvo je nástroj na získanie citlivých údajov z informačných systémov bez akýchkoľvek technických schopností. Veľmi veľa útokov pomocou sociálneho inžinierstva sa vykonáva práve prostredníctvom emailov. Útočníci si uvedomujú ako veľmi sú ľudia zraniteľní prostredníctvom emailovej komunikácie, a preto využívajú tento spôsob na získanie osobných údajov, poprípade na získanie citlivých informácií. Hlavným cieľom tejto práce je analyzovať existujúce prístupy na detekciu sociálneho inžinierstva, porovnať ich, navrhnúť a implementovať systém, ktorý by bol schopný detegovať podvrhnuté emaily, a následne ich kategorizovať do 4 vybraných kategórií: spam, scam, phishing a legitímne emaily. Tieto kategórie sa v reálnom živote prekrývajú, no my sme ich jednoznačne odlíšili pomocou znakov, ktoré sú špecifické pre konkrétnu kategóriu. Na detekciu podvrhnutých správ sme extrahovali z emailov 11 atribútov, a tiež sme sa pozreli na prítomnosť najfrekvencovanejších slov pre každú kategóriu. Na zatriedenie emailu do kategórie využívame často používaný algoritmus Random Forest. Po preštudovaní podobných prác práve tento nadobúdal najlepšie výsledky pre klasifikáciu, čo sa nám aj potvrdilo pri porovnaní úspešnosti vybraných algoritmov na vytvorenom datase. Tento dataset obsahoval 148 podvrhnutých a 150 legitímnych emailov. Táto práca je ucelenou časťou bakalárskej práce.

## **Aplikácie metód strojového učenia v oblasti zdravotného poistenia**

**Viktor Olejár**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice, Prírodovedecká fakulta

Riešenia dátovej analýzy sa využívajú v mnohých oblastiach technických, prírodných, humanitných a ekonomických vied. Obrovské množstvo dát a nutnosť výpočtovo-podporovaného rozhodovania prináša so sebou aj dopyt pre odborníkov z oblasti analýzy dát a manipulácie s dátami. Pri rozvíjaní a riešení tejto oblasti je potrebné zaoberať sa prepojením množstva dostupných dát, ktoré sú pravidelne generované mnohými komerčnými zariadeniami a vedeckými prístrojmi a dostupných metód ich analýzy, pomocou ktorých je možné v týchto údajoch objavovať nové znalosti. Snahou je extrahovať nové, platné a potenciálne užitočné znalosti z dostupných dát v rôznych oblastiach akademického a firemného života. Splneniu cieľov a k samotnému spoznávaniu znalostí vedie niekoľko fáz, v rámci ktorých je potrebné rozlišovať fázu pochopenia dát, prípravy dát, modelovania, vyhodnotenia výsledkov a nasadenia výsledkov do praxe. Cieľom tejto práce je analyzovať a riešiť binárnu klasifikačnú úlohu v kontexte zdravotných výkazov vydávanými revíznymi lekármi. V súčasnosti je veľké zaťaženie špecialistov v líniovej revízii a snahou je túto revíziu činnosť čo najviac automatizovať. Takouto automatizáciou by sa znížil počet výkazov na manuálnu revíziu a zvýšilo by to konzistentnosť rozhodovania. Za cieľom vyriešenia tejto úlohy, popíšeme rozličné metódy pre riešenie binárnych klasifikačných úloh. Následne tieto metódy implementujeme a porovnáme na dátach z dátového skladu Zdravotnej poisťovne Dôvera. Na záver sa zameriame na algoritmy založené na rozhodovacích stroch a porovnáme presnosť klasifikácie pri rôznych kódovaniach kategoriálnych premenných.

## **Softvér na spracovanie satelitných dát z družice GOCE**

**Aneta Alexandra Ožvat, Mária Somorovská, Soňa Zajícová, Michal Žeravý**

Slovenská technická univerzita, Bratislava, Stavebná fakulta

Dôležitým krokom pri spracovaní satelitných dát je ich filtrácia. Práca je zameraná na spracovanie satelitných dát z družice GOCE, ktorá merala gradienty gravitačného potenciálu. Cieľom je vytvorenie softvéru, ktorý by dokázal takéto dáta načítať a následne prefiltrovať pomocou filtračných metód založených na riešení difúzných parciálnych diferenciálnych rovníc. Práca je rozdelená na niekoľko

částí, z ktorých tie teoretické popisujú metódy a algoritmy použité pri vizualizácii a filtrácii dát a praktická samotný softvér a popis jeho užívateľského rozhrania. Pri vizualizácii je použitá triangulačná metóda a pomocné *VTK* knižnice. Ďalej pre filtráciu dát sú využívané filtračné metódy na spracovanie obrazu, konkrétne lineárna a nelineárna difúziu a metódy založené na vývoji podľa strednej krivosti. Užívateľské rozhranie softvéru bolo vytvorené pomocou *Qt* knižníc a upravené tak, aby bola používateľovi umožnená čo najjednoduchšia manipulácia so softvérom pri filtrácii načítaných dát.

## **Inteligentné zavlažovanie záhrady sieťou zariadení internetu vecí**

**Viktor Pristaš**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice, Prírodovedecká fakulta

V dnešnej dobe, ktorá je preplnená inteligentnými zariadeniami nám internet vecí (IoT) ponúka nekonečné možnosti ako si zjednodušiť každodenný život. Cieľom tohto príspevku je návrh a zostavenie inteligentného zavlažovacieho systému pomocou mikrokontrolérov a senzorov, ktorý napodobní a v mnohých smeroch vylepší aktuálne na trhu dostupné zavlažovacie systémy. Náš systém je schopný merať niekoľko faktorov okolitého sveta, ktoré sa následne prepošlú centrálnej radiacej jednotke. Tá rozhodne o prípadnom vykonaní zavlažovania. Okrem toho nahrá údaje na server pre ich prístupenie užívateľom v takmer reálnom čase. Svet IoT práve zažíva najväčší boom a s tým je spojená neprimerane vysoká cena. Nami predstavené riešenie je niekoľkonásobne lacnejšie, keďže všetky akcie (meranie jednotlivých faktorov okolia, bezdrôtová komunikácia medzi zariadeniami, spúšťanie zavlažovania) zabezpečujú jednoduché a lacné komponenty navrhnuté pre mikrokontroléry.

## **Empirické metódy pro výpočet parciálných atomových nábojů**

**Ondřej Schindler**

Masarykova univerzita, Brno, Přírodovědecká fakulta

Koncept parciálných atomových nábojů je využíván v mnoha odvetvách chemie. Užitečné totiž aproximuje složitou elektronovou hustotu na reálne číslo. Jelikož je ale získání parciálných nábojů pomocí metod kvantové chemie výpočetně náročné, bylo vyvinuto mnoho empirických metod, které počítají parciální náboje za nesrovnatelně kratší čas. V těchto metodách vystupují empirické parametry, které

Ize získat např. pomocí procesu parametrizace. V rámci diplomové práce jsem vyvinul obecnou metodiku pro parametrizaci empirických nábojových metod a implementoval ji jako softwarový nástroj MACH. Při vývoji této parametrizační metodiky byl kladen důraz na rychlý výpočet parciálních nábojů, co nejefektivnější parametrizaci, interpretovatelnost dosažených výsledků a snadné přidání nových empirických metod. Hledání parametrů probíhá na základě globálně optimalizační metody Guided minimization (GM). Byla provedena řada analýz za účelem zjištění s jakým nastavením GM spouštět pro dosažení co nejlepších výsledků za co nejkratší čas. Součástí software MACH je rovněž implementace osmi vybraných empirických metod. Na závěr práce byla vyvinutá parametrizační metodika využita při parametrizaci těchto 8 empirických metod a bylo provedeno jejich vzájemné porovnání.

## **Riadenie softvérových produktov pomocou HCI komponentov**

**Richard Staňa**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice, Prírodovedecká fakulta

V práci sa zaoberáme interakciou človeka s počítačom (HCI – Human computer interface). Naším cieľom je analyzovať existujúce možnosti HCI, navrhnúť vlastné HCI komponenty a pokúsiť sa ich pilotne implementovať.

Konkrétne nás zaujíma situácia videokonferenčného hovoru, pri ktorej by sme chceli detegovať reč (VAD – Voice Activity Detection) a následne automaticky vypínať a zapínať mikrofón. Samotná detekcia reči zo zvuku (AVAD – Acoustic Voice Activity Detection) často nie je presná kvôli okolitému šumu. Pokúšame sa detegovať reč pomocou obrazu z videokamery (VVAD – Visual Voice Activity Detection). Pomocou knižnice Dlib získavame z obrazu kamery pozíciu tváre a z nej získavame body na tvári. Následne získavame informáciu o reči z pomeru výšky a šírky pier. Vytvárame dynamickú knižnicu v jazyku C++, ktorú nakoniec podrobujeme testovaniu na niekoľkých dvojiciach tréningových a testovacích videí.

## **Honeypot for wireless IoT networks**

**Simon Štefunko**

České vysoké učení technické, Praha, Fakulta informačních technologií

The goals of this thesis lay among theoretical analysis of the Internet of Things (IoT) concept and its security issues, and practical research and development of a

---

new unique device called “IoT honeypot.” The analytical part of the thesis summarizes existing hardware and software solutions and concentrates on Software Defined Radio (SDR) technology, which was used for the development of IoT honeypot. The developed prototype currently supports a wide-spread Z-Wave protocol. However, the design is universal enough to support other IoT protocols in the future. The motivation of this thesis was to create a device that can collect information about IoT traffic, detect potential attackers, and act as a decoy that complicates attackers to discover and hack real deployed IoT devices, such as sensors, switches, and so on. The result of the thesis is a working IoT honeypot that supports multiple modes of operation (such as passive or interactive mode), and that can be deployed as a part of a Z-Wave infrastructure. It is as a complement to other security tools and mechanisms that increase the security of IoT infrastructure.

## Jmenný rejstřík

### B

Bejdák Martin, 32  
Bodík Juraj, 20

### Č

Čermák Filip, 30

### D

Doležalová Anna, 14  
Dorňák Vojtěch, 42  
Dzúrik Martin, 26  
Džama Jakub, 52

### E

Eliáš Richard, 52

### F

Fulová Terézia, 32

### G

Gajdošech Lukáš, 48

### H

Hlavatý Tomáš, 33  
Hora Martin, 40  
Horvath Ludovit, 20  
Horvát Šimon, 42  
Hruška David, 17  
Hurtiš Radoslav, 34

### Ch

Chládek Radoslav, 40

### J

Jílek Karel, 53

### K

Konečný Matěj, 27  
Korbela Michal, 28  
Kosová Petra, 32  
Košík Václav, 40  
Kovařík Tomáš, 53  
Kozmík Karel, 22  
Kršek Daniel, 20  
Kurimaiová Tereza, 17

### L

Lacková Katarína, 35  
Lipovský Mário, 43

### M

Macková Petra, 17  
Marková Eva, 54  
Matisová Daniela, 28  
Mazáč Jan, 26  
Měkota Ondřej, 43  
Mihálová Dominika, 48  
Michálková Anna, 21

### N

Nagyová Judita, 35  
Novotná Jana, 28

### O

Olejár Viktor, 54  
Onderko Alfréd, 29  
Ožvat Aneta, 55

### P

Perutka Tomáš, 26  
Pokrývka Filip, 41  
Pristaš Viktor, 56

### R

Rapavý Martin, 33  
Raška Martin, 30

### S

Sarvaš Robert, 49  
Selvek Róbert, 44  
Schindler Ondřej, 56  
Somorovská Mária, 55  
Staňa Richard, 57  
Svoboda Filip, 15  
Svoboda Jakub, 36  
Sýkora Martin, 36

### Š

Široký Filip, 46  
Škrobánek Jiří, 30  
Šmídová Kristýna, 14  
Štefunko Simon, 57

### T

Takáč Jakub, 15  
Tichý Michal, 18  
Tomas Vojtěch, 49  
Turčinová Hana, 16  
Týbl Ondřej, 22

### Z

Zajícová Soňa, 55  
Zeman Jiří, 38  
Zindulka Mikuláš, 16

### Ž

Žáková Dagmar, 50  
Žeravý Michal, 55



## GENERÁLNÍ PARTNEŘI



**Red Hat**



KONICA MINOLTA

**dait**e

## PARTNEŘI

**Sea  
Comp**



VF NUCLEAR



**AT&T**



## POŘADATELÉ ZÁVĚREČNÉHO KOLA



**MUNI**  
FAKULTA  
INFORMATIKY



**MUNI**  
PŘÍRODOVĚDECKÁ  
FAKULTA